



RAN - 2003000205020114

**RAN-2003000205020114****T.Y.B.Sc. Statistics (Sem. V) Examination November - 2023****Statistics (Paper- 504) Statistical Inference-II****સૂચના : / Instructions**

(૧)

નીચે દર્શાવેલ નિશાનીવાળી વિગતો ઉત્તરવહી પર અવશ્ય લખવી.  
**Fill up strictly the details of signs on your answer book**

Name of the Examination:

T.Y.B.Sc. Statistics (Sem. V)

Name of the Subject :

Statistics (Paper- 504) Statistical Inference-II

Subject Code No.: 2003000205020114

Seat No.:

     

Student's Signature

(2) Answer the following questions.

(૨) બધા જ પ્રશ્નો ફરિજયાત છે.

(3) Logarithmic tables and statistical tables will be supplied on request.

(૩) લઘુગુણકીય કોષ્ટક અને આંકડાકીય કોષ્ટક વિનંતીથી આપવામાં આવશે.

(4) Figures given to the right indicate the marks of the question.

(૪) જમણી બાજુ આપેલા અંક પ્રશ્નનાં પૂરા ગુણ દર્શાવે છે.

(5) Non programmable scientific calculator is allowed.

(૫) પ્રોગ્રામરહિત સાયન્ટિફિક કેલ્ક્યુલેટરનો ઉપયોગ કરી શકાશે.

**Q-1 Answer the following****(8)**

નીચેના પ્રશ્નોનાં ઉત્તર આપો.

(i) If (30, 40, 50, 60, 70) is a random sample drawn from a p.m.f

$$f(x, \theta) = \binom{n}{x} \theta^x (1-\theta)^{n-x}, \quad x = 0, 1, 2, \dots, n$$

$$= 0 \quad e.w.$$

Then find estimator of  $\theta$  by method of moment.

જો (30, 40, 50, 60, 70) એ સંભાવના વિધેય

$$f(x, \theta) = \binom{n}{x} \theta^x (1-\theta)^{n-x}, \quad x = 0, 1, 2, \dots, n$$

$$= 0 \quad e.w.$$

માંથી મેળવેલ અવલોકનોનો યદ્યચ્છ નિદર્શ હોય તો  $\theta$  નો આગણનકાર પ્રઘાતોની રીતે મેળવો.

- (ii) If (0.4, 0.45, 0.6, 0.65, 0.7) is a random sample drawn from a p.d.f.

$$f(x, \theta) = \theta^{x_i} (1-\theta)^{1-x_i} \quad x_i = 0, 1$$

$$= 0 \quad e.w.$$

Then find maximum likelihood estimator of  $\theta$ .

જો (0.4, 0.45, 0.6, 0.65, 0.7) એ સંભાવના ઘટત્વ વિધેય

$$f(x, \theta) = \theta^{x_i} (1-\theta)^{1-x_i} \quad x_i = 0, 1$$

$$= 0 \quad e.w.$$

માંથી મેળવેલ અવલોકનોનો યદચ્છ નિદર્શ હોય તો  $\theta$  નો મહત્તમ વિસંભાવના આગણકાર મેળવો.

- (iii) If two random samples of size 10 and 15 are drawn from  $N(\mu_1, \sigma^2_1)$  and  $N(\mu_2, \sigma^2_2)$  yields  $\bar{x}_1 = 60, \bar{x}_2 = 70, S_1 = 7.1, S_2 = 5.5$  then find the value of pivotal quantity for testing the hypothesis  $\mu_1 = \mu_2$ .

જો ૧૦ અને ૧૫ એકમોનાં બે યદચ્છ નિદર્શો  $N(\mu_1, \sigma^2_1)$  અને  $N(\mu_2, \sigma^2_2)$  માંથી મેળવેલ હોય અને તે  $\bar{x}_1 = 60, \bar{x}_2 = 70, S_1 = 7.1, S_2 = 5.5$  પ્રાપ્ત કરતો હોય તો પરિકલ્પના  $\mu_1 = \mu_2$  પરિક્ષણ માટે ની પીવોટલ ક્વોન્ટીટીની કિંમત મેળવો.

- (iv) If  $T_1$  be most efficient estimator and  $T_2$  be another estimator of  $\theta$ . Let  $e$  be the efficiency of  $T_2$  and  $\rho$  is a correlation coefficient between  $T_1$  and  $T_2$  then show that  $\rho = \sqrt{e}$

જો  $T_1$  એ દક્ષ આગણકાર હોય અને  $T_2$  જો બીજો આગણકાર હોય ધારોકે  $e$  એ  $T_2$  ની દક્ષતા હોય અને  $\rho$  એ  $T_1$  અને  $T_2$  વચ્ચેનો સહસંબંધક હોય તો બતાવો કે  $\rho = \sqrt{e}$

**Q-2 (a) Attempt any one.**

**(4)**

ગમે તે એક પ્રશ્નનો ઉત્તર આપો

- (i) Explain method of moment for estimation of parameter with Its limitations.

પ્રચલના આગણકાર માટેની પ્રધાતની રીત તેની મર્યાદા સહિત સમજાવો.

- (ii) Write detail notes on best independent linear combination of unbiased estimators.

નિરપેક્ષ અનભિનત આગણકારોનું શ્રેષ્ઠ રૈખિક સંયોજન પર સવિસ્તાર નોંધ લખો.

(b) Attempt any two.

(10)

गमे ते बे प्रश्नोनां उत्तर आपो.

(i) Estimate  $\theta$  using method of moment for the following probability distribution.

$$f(x, \alpha, P) = \frac{\alpha^P}{\Gamma P} e^{-ax} x^{P-1}; \quad 0 < x < \infty, \alpha > 0, P > 0, \theta = (\alpha, P)$$

नीयेनां वितरणमांना प्रयल  $\theta$  नां आगणनकार प्रघातोनी रीत वापरिने मेणवो.

$$f(x, \alpha, P) = \frac{\alpha^P}{\Gamma P} e^{-ax} x^{P-1}; \quad 0 < x < \infty, \alpha > 0, P > 0, \theta = (\alpha, P)$$

(ii) A random sample of size 15 is taken from  $N(\mu, \sigma^2)$ , where  $\bar{x} = 3.2$  and  $s^2 = 4.24$  then Determine 90% Confidence interval for  $\sigma^2$

१५ कदनो यदृष्ट निदर्श  $N(\mu, \sigma^2)$  मांथी मेणव्यो होय जयां  $\bar{x} = 3.2$  अने  $s^2 = 4.24$  होय तो  $\sigma^2$  माटे 90% विश्वासनीय अंतराल मेणवो.

(iii) Find maximum likelihood estimators of  $\theta$  for the following probability distributions. Also find its variance.

(a)  $f(x, \theta) = \frac{1}{\theta} e^{-\frac{x}{\theta}}; \quad x_i > 0$

(b)  $\frac{e^{-\theta} \theta^x}{x!}; \quad x = 0, 1, \dots, \infty$

नीयेनां वितरणमांना प्रयल  $\theta$  नां महत्तम विसंभावना आगणनकार मेणवो.  
तथा तेनुं विचरण मेणवो

(a)  $f(x, \theta) = \frac{1}{\theta} e^{-\frac{x}{\theta}}; \quad x_i > 0$

(b)  $\frac{e^{-\theta} \theta^x}{x!}; \quad x = 0, 1, \dots, \infty$

Q-3 (a) Attempt any one.

(4)

गमे ते अेक प्रश्नो उत्तर आपो.

(i) Explain the method of maximum likelihood estimation for the estimation of parameters.

प्रयलना आगणन माटेनी महत्तम विसंभावनानी पध्धति समजवो.

- (ii) Explain method of finding maximum likelihood estimators for group data.

મહત્તમ વિસંભાવના આગણકાર મેળવવાની રીત ગૃપ માહિતી માટે ની પદ્ધતિ વર્ણવો.

(b) Attempt any two.

(10)

ગમે તે બે પ્રશ્નોનાં ઉત્તર આપો.

- (i) Write detail notes on method of minimum  $x^2$ .

પ્રચલના આગણકાર માટેની ન્યુનતમ  $x^2$  ની પદ્ધતિ વર્ણવો.

- (ii) If  $X_1, X_2, \dots, X_n$  is a random sample drawn from the following p.d.f.  
 $f(x, \theta) = \theta e^{-\theta x}; 0 < x < \infty$ , then find 100 (1- $\alpha$ )% CI for parameter  $\theta$  for large sample.

જો  $X_1, X_2, \dots, X_n$  યદ્યચ્છ નિદર્શ નીચે આપેલા સંભાવના ઘટત્વ વિધેય માંથી મેળવ્યો હોય  $f(x, \theta) = \theta e^{-\theta x}; 0 < x < \infty$ , પ્રચલ  $\theta$  માટે 100 (1- $\alpha$ )% વિશ્વાસનીય અંતરાલ મેળવો

- (iii) Estimate  $\theta$  using method of moment for the following probability distribution.

$$f(x, \theta) = \theta x_i^{\theta-1}; \quad 0 < x_i < 1, \theta > 0$$

નીચેનાં વિતરણમાંના પ્રચલ  $\theta$  નાં આગણકાર પ્રઘાતોની રીત વાપરીને મેળવો

$$f(x, \theta) = \theta x_i^{\theta-1}; \quad 0 < x_i < 1, \theta > 0$$

Q-4 (a) Attempt any one.

(4)

ગમે તે એક પ્રશ્નો ઉત્તર આપો.

- (i) Obtain the properties of maximum likelihood estimator.

મહત્તમ વિસંભાવના આગણકારના ગુણધર્મો જણાવો.

- (ii) In usual notation prove that sample mean  $\bar{x}$  is a best linear unbiased estimator for the population mean  $\mu$ .

સાબિત કરો કે નિદર્શ મધ્યક  $\bar{x}$  એ સમષ્ટિ મધ્યક  $\mu$  નો શ્રેષ્ઠ સુરેખ અનભિનત આગણકાર છે.

(b) Attempt any two.

(10)

ગમે તે બે પ્રશ્નોનાં ઉત્તર આપો.

- (i) If  $X_1, X_2, \dots, X_n$  is a random sample drawn from  $N(\mu, \sigma^2)$ , where both  $\mu$  and  $\sigma$  are unknown then find  $100(1-\alpha)\%$  confidence interval for parameter  $\sigma^2$ .

જો  $X_1, X_2, \dots, X_n$  એ  $N(\mu, \sigma^2)$  માંથી મેળવેલ યદ્યદ્ય નિદર્શ હોય અને  $\mu$  અને  $\sigma$  બંને અજ્ઞાત હોય તો  $\sigma^2$  માટે  $100(1-\alpha)\%$  વિશ્વાસનીય અંતરાલ મેળવો.

- (ii) Explain the method of finding confidence interval based on large sample.

ગુરુ નિદર્શ પર આધારિત વિશ્વાસનીય અંતરાલ મેળવવાની પદ્ધતિ વર્ણવો.

- (iii) Obtain estimator of  $\beta$  using least square method for  $\underline{Y} = X \underline{\beta} + \underline{e}$ . Show that the estimator of  $\beta$  is an unbiased estimator of  $\beta$  also find its variance.

ન્યુનતમ વર્ગની રીતે  $\underline{Y} = X \underline{\beta} + \underline{e}$  માટે  $\beta$  નો આગણકાર મેળવો. અને  $\beta$  નો આગણકાર એ  $\beta$  નો અનબિનત આગણકાર થાય એમ બતાવો. તથા તેનું વિચરણ પણ મેળવો.